

**TEORIA, APLICAÇÃO E LIMITAÇÕES DA PERSPECTIVA
CLÁSSICA DA DEMANDA DO CONSUMIDOR: UM
EXERCÍCIO EMPÍRICO DO MÉTODO DO
MULTIPLICADOR DE LAGRANGE PARA AS CIDADES DE
SÃO PAULO E VITÓRIA**

ÁREA – TEORIA APLICADA

FERNANDO HENRIQUE TAQUES

Mestre em economia pelo PEPGEP-PUC/SP e Professor das Faculdades Metropolitanas Unidas (FMU) e do Serviços Nacional de Aprendizagem Comercial (SENAC/SP)
E-mail: fernandohtaques@gmail.com

MARCELO BALLOTI MONTEIRO

Mestre em economia pelo PEPGEP-PUC/SP
E-mail: marorestes@hotmail.com

DOUGLAS ALCANTARA ALENCAR

Doutorando em Economia pelo Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional (Cedeplar) – UFMG
E-mail: dougsky@gmail.com

TEORIA, APLICAÇÃO E LIMITAÇÕES DA PERSPECTIVA CLÁSSICA DA DEMANDA DO CONSUMIDOR: UM EXERCÍCIO EMPÍRICO DO MÉTODO DO MULTIPLICADOR DE LAGRANGE PARA AS CIDADES DE SÃO PAULO E VITÓRIA

RESUMO: Esse artigo emprega uma análise para o Brasil em termos de estudo relacionado à teoria do consumidor. O principal objetivo da pesquisa é analisar os fundamentos clássicos da teoria microeconômica sobre a demanda e demonstrar através de um exercício empírico contendo a aplicação do método de otimização do multiplicador de Lagrange. Para tanto, a análise parte de dados de preços de treze itens compreendidos na cesta básica nacional definida pelo DIEESE e também da renda domiciliar *per capita* média do quintil mais pobre da população, cuja fonte é o IBGE, para as cidades de Vitória e São Paulo, no período entre 1991 e 2000. Ademais, também é alvo de análise limitações com relação à fundamentação teórica desenvolvida pela perspectiva clássica. As evidências indicam que o método auxilia na compreensão de relações envolvendo preços dos bens e a restrição orçamentária, porém apresenta limitações principalmente no fundamento de homogeneidade dos agentes econômicos (consumidores) e dificuldade para trabalhar com a economia em sua completude diante de sua complexidade e diversidade.

PALAVRAS-CHAVE: Demanda, Teoria do Consumidor, Multiplicador de Lagrange

ABSTRACT: This article employs an analysis for Brazil in terms of related consumer theory study. The main objective of the research is to analyze the fundamentals of classical microeconomic theory of demand and demonstrate through an empirical exercise containing the implementation of the optimization method of Lagrange multiplier. For both, the analysis of the price data of thirteen items included in the national food basket defined DIEESE and also the average per capita household income of the poorest quintile of the population, whose source is the IBGE, for the cities of Vitoria and Sao Paulo in the period between 1991 and 2000 addition, is also subject to analysis limitations related to the theoretical basis developed in the classical perspective. Evidence indicates that the method helps in understanding relationships involving prices of goods and the budget constraint, but it is limited mainly on the foundation of homogeneity of economic agents (consumers) and difficult to work with the economy in its entirety before its complexity and diversity .

KEYWORDS: Demand, Consumer Theory, Lagrange Multiplier

JEL Classification: D11, D12, C61

1. INTRODUÇÃO

Um dos principais preceitos da teoria microeconômica tradicional, apresentada pela denominada escola clássica, indica um equilíbrio entre duas curvas amplamente conhecidas: oferta e demanda. Ambas as curvas refletem a relação entre duas variáveis, preço e quantidade. Assim sendo, é de interesse a obtenção do equilíbrio e as forças de mercado tendem a convergir para tal posição.

A curva de demanda, por si só, requer uma série de pressupostos e condições que devem ser atendidas dada a complexidade de entendimento do funcionamento da economia. Nesse esforço, o principal objetivo é compreender, no todo ou em parte, o mecanismo da

economia, seja pelo lado individual, seja pelo coletivo, visando à tomada de decisões, sejam dos consumidores, sejam das empresas.

Pelo lado individual, a análise requer o entendimento de como o consumidor demanda bens e serviços. Para tanto, são levadas em consideração importantes variáveis como preços do próprio bem, preços de outros bens dispostos na economia e também a renda disponível para o consumidor, essa última também denominada de restrição orçamentária.

Nessa ótica, a teoria clássica conta com pressupostos fundamentais para amparar o argumento da demanda, tais como utilidade (e utilidade marginal), equilíbrio, otimização, preferências e agregação, pilares esses importantes no desenvolvimento da teoria do consumidor. Contudo, por outro lado, há argumentos contrários a essa perspectiva que indicam limitações em termos teóricos e, em muitos casos, suposições que pouco contribuem no entendimento da realidade.

Dado esse entendimento, o objetivo da pesquisa centraliza nesse ponto em específico da teoria do consumidor. Por um lado, busca-se entender os principais preceitos do argumento teórico da curva de demanda clássica e, a partir desses, construir um exercício empírico sobre a estimativa da utilidade a partir de um método de otimização da demanda por bens, denominado multiplicador de Lagrange. O exercício busca aplicar o método, analisar os resultados obtidos com relação à demanda de bens, dada a renda disponível para, em seguida, apresentar as limitações também impostas pela literatura. Destaca-se ainda o escopo inédito da aplicação de dados reais para o entendimento proposto nessa pesquisa para o Brasil.

Para tanto, o exercício requer informações sobre especificação da quantidade de bens da economia e quais recursos podem ser tomados pelo consumidor. Para o primeiro item será determinada uma cesta básica nacional, definida pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE), contendo treze distintos bens como simplificação. O segundo item requer dados da renda domiciliar *per capita* média do quintil mais pobre da população como restrição de renda, originários do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) a partir de dados censitários. A escolha de ambos indicadores leva em consideração que, geralmente, a parcela mais pobre da população consome grande parcela da renda em bens voltados para a alimentação. A análise contemplará as cidades de São Paulo e Vitória para os anos de 1991 e 2000.

A hipótese a ser testada nesse trabalho leva em consideração dois aspectos. O primeiro ponto é centrado no método de otimização proposto pela teoria do consumidor que leva em conta a otimização da demanda de bens, a partir da utilização integral da renda do consumidor. Assim, através do exercício empírico, é de interesse analisar se de fato há aplicabilidade dos preceitos e do método com os dados das cidades propostas para o exercício e, por outro lado, contrapor as limitações dos mesmos.

O artigo está estruturado em quatro seções, além dessa introdução e da conclusão. A primeira apresenta os principais preceitos da teoria clássica e, essencialmente, da curva de demanda clássica. Nas segunda e terceira seções são dispostos os dados e metodologia de análise, sendo seguidos do exercício empírico proposto na pesquisa. Por fim, na última seção, são postos em questão os principais argumentos das limitações sobre a estimativa e agregação da curva de demanda.

2. A CURVA DE DEMANDA CLÁSSICA

A evolução do pensamento econômico observou, ao longo do século XIX, modificações no tema central até então analisado: processo de produção da riqueza. A partir do que ficou conhecida como Revolução Marginalista, a análise da problemática econômica concentrou-se na circulação da riqueza ao contrário do que fora feito por Adam Smith e David Ricardo.

Dentro do pensamento Marginalista, merecem destaques os economistas Stanley Jevons, Leon Walras e Alfred Marshall. O primeiro autor parte do conceito de produtividade marginal decrescente para chegar à conclusão que a utilidade dos bens para os consumidores determinarão seus preços relativos; Walras cria o modelo de equilíbrio geral na qual a oferta e demanda de cada bem e serviço da economia depende do nível de preço geral da mesma; por fim Marshall se aproveita de hipóteses desta escola para uma análise ao nível das firmas.

Como pressuposto básico destes economistas, todos os agentes buscam maximizar sua utilidade. Como afirmam Mas Colell, Whinston e Green (1995) assume-se que todo agente possua suas relações de preferências como sendo racional¹, contínua, e localmente não saciada. Supondo que $u(x)$ represente essa função utilidade que represente as preferências de um agente, p os preços dados deste conjunto, sendo $p > 0$, e w seja o nível de riqueza ou renda, onde $w > 0$, então o consumidor se deparará com um problema de maximização da utilidade do tipo:

$$\underset{x \geq 0}{\text{Max}} u(x) \quad (1)$$

sujeito à restrição $p \cdot x \leq w$

É importante assinalar que para Marshall, os agentes econômicos formulam funções de utilidades diferentes para cada bem que ele avaliará na economia. Ademais, a utilidade marginal do dinheiro é constante dentro deste escopo (LABIANO, 2002, pg.112).

A condição de equilíbrio do consumo de um bem x é dada por:

$$\frac{du}{dx} = \frac{d\mu}{dm} \frac{dp}{dx} \quad (2)$$

Onde $\frac{du}{dx}$ é a utilidade marginal do bem x , $\frac{d\mu}{dm}$ revela a utilidade marginal do dinheiro e $\frac{dp}{dx}$ representa o máximo que o agente está disposto a pagar por uma unidade a mais do bem x .

Por considerar que a utilidade marginal de todas as mercadorias são decrescentes e que a monetária é constante, Marshall reescreve a condição de equilíbrio supracitada como sendo:

$$U'(x) = \mu \cdot p \quad (3)$$

$$\frac{U'(x)}{\mu} = p \quad (4)$$

¹ Uma relação de preferências racional é completa e transitiva.

$$f(x) = p \quad (5)$$

Portanto $f(x)$ é a função de demanda marshalliana que indica a valorização marginal de unidades adicionais do bem x .

Diante deste problema de maximização, é possível obter a função de demanda Walrasiana ou função de demanda Marshalliana que é:

The rule that assigns the set of optimal consumption vectors in the utility maximization problem to each price – wealth situation $(p, w) \gg 0$ is denoted by $x(p, w) \in R_+^L$ and is known as the Walrasian (or ordinary or market) demand correspondence (MAS COLELL, WHINSTON e GREEN, 1995, pg.51).

A partir da escolha da cesta de bens $x(p, w)$, o nível de utilidade com a qual se defrontará o agente, será o maior possível dada a restrição orçamentária que o mesmo se depara, dados tanto o nível de preço quanto de renda.

No entanto, para que uma função de demanda seja considerada Marshalliana, ela deve possuir algumas propriedades. Em linhas gerais, estas propriedades são: a) homogeneidade de grau zero nos preços e na renda; b) lei de Walras; e c) convexidade.

Por homogeneidade de grau zero, é definido que caso de tanto preços quanto a renda sejam multiplicados por qualquer fator positivo, a quantidade demandada não deverá sofrer alterações.

Por outro lado, a lei de Walras parte da condição de não saciedade local e afirma que:

$$p \cdot x = w \quad \text{para todo } x \in x(p, w) \quad (6)$$

A convexidade, ou também conhecida como singularidade atesta que o conjunto $x(p, w)$ é convexo, logo este mesmo conjunto consiste de um único elemento.

Portanto, diante do exposto sobre a curva de demanda marshalliana, derivamos que esta não depende da renda dos agentes econômicos e nem dos preços dos outros bens e serviços da economia (LABIANO, 2002, pg.115).

Diante do exposto, é possível ainda asseverar que a função definida acima é uma função de utilidade direta. Contudo, existe outro prisma na merece observação: a problemática de maximização da utilidade de um agente.

Diferentes preços e renda proporcionarão diferentes restrições orçamentárias o que poderá provocar diferentes escolhas dos agentes econômicos e, por conseguinte, diferentes níveis de maximização da utilidade.

Na visão de Mas Colell, Whinston e Green (1995) para cada conjunto $(p, w) \gg 0$, é possível escrever um vetor de utilidade que satisfaça o problema de maximização como sendo $v(p, w) \in \mathbb{R}$. Esse novo vetor é denominado de função utilidade indireta.

Para essa situação, tal função possui quatro propriedades básicas: a) homogeneidade de grau zero; b) estritamente crescente com relação à renda e não crescente com relação ao preço; c) quase-convexa em p e w ; e d) contínua com relação a p e w .

A propriedade de homogeneidade de grau zero (a) é igual à observada para a função utilidade direta.

Por sua vez, a propriedade (b) assegura que:

[...] that any relaxation of the consumer's budget constraint can never cause the maximum level of achievable utility to decrease, whereas any tightening of the budget constraint can never cause that level to increase (JEHLE e RENY, 2011, pg.29).

A propriedade de quase convexidade (c) com relação ao nível de preço e ao nível de renda refere-se ao fato de que os agentes econômicos prefeririam cestas extremas a cestas balanceadas, ou seja, as escolhas se dariam nas duas extremidades da restrição orçamentária (ou o agente escolheria um bem ou o outro bem) ao invés de uma cesta média entre os bens, ou seja, uma solução de canto.

Diante do exposto, há espaço então para realização de um exercício empírico que busca a maximização da utilidade levando em consideração as premissas adotadas pela teoria microeconômica tradicional.

3. BASE DE DADOS E METODOLOGIA

Como apresentado anteriormente, a microeconomia tradicional consiste numa análise de alocação ótima dos recursos escassos. No caso da teoria do consumidor, em específico, a análise parte de uma ótica de otimização desses recursos (renda) partindo de uma situação de escassez dos bens e serviços disponíveis nessa economia.

Tal análise é comum em nível microeconômico levando-se em consideração questões de maximização do lucro, no caso de teoria da firma, ou então de maximização da utilidade para a teoria do consumidor. Essa última, por sua vez, é a situação proposta nessa pesquisa, como exercício empírico, partindo do pressuposto de maximizar uma função contendo várias variáveis que estão condicionadas entre si. Para tanto, permeia a análise uma função objetivo e diversas funções de restrição condicionadas² (SIMON e BLUME, 2004).

Para elaborar tal exercício será necessário então definir quais os bens serão alvo desse estudo, bem como, qual a restrição tomada para a situação proposta. Desta forma será possível definir as funções e suas condicionalidades.

Por motivo de simplificação, a economia nesse exercício conterà todos os treze itens disponíveis na cesta básica nacional³ definida pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos (DIEESE), conforme tabela abaixo:

Tabela 1 – Itens cesta básica nacional definidos pelo DIEESE

Carne	Leite	Feijão	Arroz
Farinha de Trigo/Mandioca	Batata	Tomate	Pão

² A restrição é dada não apenas pela renda, mas também imposta mediante consumo de outro bem, o que restringe a possibilidade de aquisição de outros bens.

³ A pesquisa do DIEESE abrange dezesseis capitais do Brasil e trezes itens de alimentação. Para informações complementares, inclusive as unidades dos produtos, consulte DIEESE (1993).

Café	Banana	Açúcar	Óleo
Manteiga			

Fonte: DIEESE

Definidos então quais os bens, resta determinar quais recursos podem ser alocados para elaboração do problema da otimização, ou seja, qual a restrição orçamentária.

Partindo dos pressupostos que: a) os itens da cesta básica geralmente compõem parcela significativa do consumo das famílias mais pobres; b) geralmente os mais pobres não tem capacidade de geração de poupança; e c) os mais pobres geralmente não tem acesso a recursos para diversificação de bens ou bens de qualidade superior; então será adotada como medida o indicador da renda domiciliar *per capita* média do quintil mais pobre da população como representação do valor máximo a ser consumido entre os bens.

Os dados dos preços dos bens são originários do DIEESE, ao passo que a renda familiar *per capita* média do quintil mais pobre possui como fonte os dados do censo realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). O período de análise será realizado para os anos de 1991 e 2000. Os dados contemplam as cidades de São Paulo e Vitória visando identificar semelhanças e diferenças tendo como premissa que as rendas e preços nas duas cidades são distintos.

Posto isso, como condição deve ser observado que a restrição deve ser atendida em sua totalidade, uma vez que o consumidor alocará toda a renda disponível, nesse exemplo, dentre os treze bens disponíveis na economia (NICHOLSON, 2004). Cabe ainda mencionar que a função utilidade, definida arbitrariamente e que é alvo de maximização no exercício, atribui maior peso, em termos de agregação de utilidade, para os bens que possuem maiores quantidades consumidas⁴. Matematicamente:

$$\text{maximizar } U(x_1, x_2, \dots, x_{13}) = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{13}^2 \quad (7)$$

$$\text{sujeito à restrição: } p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_{13}x_{13} \equiv R, \text{ sendo } x_i \geq 0 \quad (8)$$

onde U é a função utilidade, x_i representa a quantidade do bem i e p_i corresponde o preço do bem i . O consumo dos bens, dado pela multiplicação dos preços e as respectivas quantidades de cada um dos bens, deve ser igual à R , que corresponde à renda. A função (8) representa a restrição orçamentária.

A restrição orçamentária também pode ser reescrita como:

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_{13}x_{13} - R = 0 \quad (9)$$

Assim sendo, após especificar a renda, é necessário ter em mente que existem diversas combinações possíveis para todos os treze bens dessa economia, denominadas de cestas de consumo.

Seria possível adquirir uma cesta unicamente com um único bem ou mesmo uma combinação que contemple todos os bens disponíveis. Cada escolha estará associada a um nível específico de utilidade. Todavia, o objetivo do exercício é obter a maximização, ou seja, obter a utilidade com maior valor levando em consideração a restrição orçamentária.

⁴ Por motivos de simplificação foi adotado que todos os bens possuem a mesma estrutura em termos de função utilidade, ou seja, o mesmo formato.

Como exposto anteriormente, para determinar as quantidades ótimas da demanda para cada um dos bens será necessário um método de otimização dada a restrição da renda. Para cumprir tal objetivo, o método do multiplicador de Lagrange consiste em um ferramental algébrico para obter as quantidades ótimas demandas.

Primeiramente, é preciso estabelecer qual o lagrangiano do exercício dada a função de utilidade que será alvo de maximização, bem como, o termo λ (lambda) que multiplica a restrição orçamentária. Em termos matemáticos, de (7) e (9) o lagrangiano é dado por:

$$L = U(x_1, x_2 + \dots + x_{13}) = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{13}^2 - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_{13}x_{13} - R) \quad (10)$$

Pindyck e Rubinfeld (2002) argumentam ainda que para obter os valores de x_i , ou seja, das quantidades ótimas de cada um dos bens, levando em consideração a restrição orçamentária, é necessário diferenciar o lagrangeano em relação a cada um dos bens e também em relação ao lambda, além de igualar cada uma das equações a zero, dessa forma é possível obter cada uma das equações resultantes sob a forma de um sistema:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_1} &= UMg_1(x_1, x_2, \dots, x_{13}) - \lambda P_1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} &= UMg_2(x_1, x_2, \dots, x_{13}) - \lambda P_2 = 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial L}{\partial x_{13}} &= UMg_{13}(x_1, x_2, \dots, x_{13}) - \lambda P_{13} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_{13}x_{13} - R = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

O termo UMg representa a utilidade marginal, ou seja, a variação na utilidade obtida a partir do consumo de uma unidade adicional do bem. Resolvendo as equações resultantes é possível obter os valores das quantidades ótimas para cada um dos bens, resultando na combinação que maximiza a utilidade.

4. EXERCÍCIO EMPÍRICO

A execução do exercício empírico proposto a partir da renda domiciliar *per capita* média do quintil mais pobre da população e dos preços dos itens da cesta básica requer obtenção das equações resultantes e, a partir daí, derivar as quantidades demandadas para cada uma das cidades estudadas, a saber: São Paulo e Vitória para os anos de 1991 e 2000. Adicionalmente, também é possível obter o valor da utilidade dada a função definida anteriormente.

Tabela 2 – Quantidade demandas para cada item da cesta básica nacional para a Cidade de São Paulo (1991 e 2000)

CIDADE: SÃO PAULO (1991)		CIDADE: SÃO PAULO (2000)	
BEM	QUANTIDADE	BEM	QUANTIDADE

CARNE	2,23	CARNE	1,62
LEITE	0,26	LEITE	2,19
FEIJÃO	0,38	FEIJÃO	2,12
ARROZ	0,46	ARROZ	2,22
FARINHA	0,37	FARINHA	2,20
BATATA	0,21	BATATA	2,16
TOMATE	0,63	TOMATE	2,17
PÃO	0,71	PÃO	1,99
CAFÉ	1,85	CAFÉ	1,50
BANANA	0,24	BANANA	2,16
AÇÚCAR	0,32	AÇÚCAR	2,21
ÓLEO	0,47	ÓLEO	2,20
MANTEIGA	3,79	MANTEIGA	1,07

Fonte: elaboração própria dos autores a partir dos dados do DIEESE e do Censo IBGE

Para a cidade de São Paulo é possível identificar, a partir dos dados, que apenas para os itens carne, café e manteiga o consumo, nesse exercício, declinou do ano de 1991 em comparação ao ano de 2000. Esses são exatamente os bens cujo preço nominal é mais elevado, dentre todos da cesta. Portanto, daí é possível concluir que o menor consumo desses bens está associado tanto ao preço do próprio bem quanto pela variação na renda média do quintil.

Como o café possuía, em 1991, um preço nominal menor em comparação ao mesmo produto no ano de 2000, há indicação de queda na demanda no período.

De maneira contrária, a manteiga e a carne, mesmo com a queda no preço, apresentaram no exercício uma redução na demanda. Tal fato pode ser parcialmente explicado por bens substitutos de ambos os bens⁵, ou seja, prevalecendo um efeito substituição.

Para o arroz, farinha, tomate, açúcar e óleo houve um aumento na demanda em decorrência principalmente da retração no preço. Caso não houvesse alteração na renda, tais bens poderiam ser classificados como comuns.

No caso do leite, feijão, batata, pão e banana o aumento no preço no preço implicou em aumento também na demanda. Tais bens poderiam ser classificados como bens de Giffen se a renda tivesse sido mantida constante. Todavia, como houve uma retração na renda média do quintil em torno de 30%, há indícios que a grande queda no consumo de bens com preço nominal mais elevado implicou na elevação da demanda desses bens.

Tabela 3 – Variações nos preços e na renda média do quintil mais pobre para a cidade de São Paulo no período 1991-2000

Carne	-13,33%	Pão	24,35%
Leite	24,71%	Café	23,08%

⁵ Os autores reconhecem que a adição de outros bens, inclusive substitutos e complementares, na lista dos itens propostos nessa análise permitiriam resultados mais conclusivos, porém para fins de exercício há espaço para contribuições em termos empíricos.

Feijão	34,96%	Banana	77,92%
Arroz	-46,62%	Açúcar	-13,33%
Farinha	-15,25%	Óleo	-33,33%
Batata	92,65%	Manteiga	-8,08%
Tomate	-40,39%	Renda	-23,10%

Fonte: elaboração própria dos autores a partir dos dados do DIEESE e do Censo IBGE

Tais fatores ainda permitem considerações sobre a função de utilidade em ambos os anos analisados. A partir da função utilidade determinada para o exercício (1), foram obtidos os valores de $U(1991) = 24,67$; enquanto que $U(2000) = 52,79$.

Desse ponto duas análises são importantes. A primeira remete ao fato da utilidade em si. A diferença entre as utilidades permite unicamente um ordenamento entre as cestas indicando que o consumidor, em média, preferiria a cesta com a distribuição do ano 2000 pela utilidade ser mais elevada. Dessa perspectiva, nada pode ser dito quanto à grandeza entre as utilidades, ou seja, não é possível afirmar que a cesta de 2000 traz mais que duas vezes mais utilidade do que a cesta de 1991 em virtude dos valores serem arbitrários, o que inviabiliza comparações interpessoais (PINDYCK e RUBINFELD, 2002).

De maneira complementar, outro fator que explica a diferença na utilidade no período em questão se refere à própria distribuição dos preços entre os bens. Diversos produtos que possuíam os preços nominais mais elevados na cesta básica em 1991 tiveram uma retração em comparação ao período de 2000. Em contrapartida, muitos itens que eram nominalmente mais baratos em 1991 ficaram mais caros na amostra em 2000, mas cuja demanda aumentou proporcionalmente menos.

Em outras palavras, o exercício sugere uma maior demanda pelos bens que antes eram nominalmente mais baratos, mesmo que tenham ficado um pouco mais caros, e uma queda acentuada no consumo de bens cujos preços nominais são os mais elevados da cesta de 1991. Dessa forma, a demanda tenderia a um consumo mais distribuído entre os bens da própria cesta, resultando em um maior consumo unitário e, conseqüentemente, um aumento na utilidade.

Os dados para a cidade de Vitória indicam um cenário muito distinto do caso apresentado para a cidade de São Paulo. A capital do Estado do Espírito Santo revela um aumento na demanda no período entre 1991 e 2000 para quase todos os bens (exceto arroz e tomate).

Tabela 4 – Quantidade demandas para cada item da cesta básica nacional para a Cidade de Vitória (1991 e 2000)

CIDADE: VITÓRIA (1991)		CIDADE: VITÓRIA (2000)	
BEM	QUANTIDADE	BEM	QUANTIDADE
CARNE	1,49	CARNE	2,22

LEITE	0,19	LEITE	0,29
FEIJÃO	0,22	FEIJÃO	0,49
ARROZ	0,42	ARROZ	0,38
FARINHA	0,25	FARINHA	0,42
BATATA	0,12	BATATA	0,31
TOMATE	0,38	TOMATE	0,37
PÃO	0,52	PÃO	1,70
CAFÉ	1,09	CAFÉ	2,25
BANANA	0,11	BANANA	0,33
AÇÚCAR	0,19	AÇÚCAR	0,41
ÓLEO	0,34	ÓLEO	0,46
MANTEIGA	2,54	MANTEIGA	3,44

Fonte: elaboração própria dos autores a partir dos dados do DIEESE e do Censo IBGE

Nesse caso, o aumento quase generalizado da demanda pelos bens é resultado principal de dois fatores concomitantes: a) um aumento na renda média do quintil mais pobre e b) uma redução proporcional nos preços de diversos bens da cesta.

Tabela 5 – Variações nos preços e na renda média do quintil mais pobre para a cidade de Vitória no período 1991-2000

Carne	-29,20%	Pão	55,74%
Leite	-29,35%	Café	-1,95%
Feijão	3,81%	Banana	42,31%
Arroz	-57,36%	Açúcar	-1,09%
Farinha	-19,66%	Óleo	-36,65%
Batata	22,81%	Manteiga	-35,83%
Tomate	-53,89%	Renda	14,71%

Fonte: elaboração própria dos autores a partir dos dados do DIEESE e do Censo IBGE

Mesmo com o aumento nos preços de quatro itens (feijão, batata, pão e banana), o exercício indica um aumento na demanda desses produtos revelando que o efeito do aumento da renda prevalece ante o aumento dos preços desses produtos.

Outro distinto fator em comparação à cidade de São Paulo é a renda. Enquanto na capital paulista houve uma retração na renda, para a capital do Espírito Santo houve um aumento proporcional na renda média do quintil mais pobre. Tal fato indica a possibilidade, *coeteris paribus*, de um maior consumo dos bens da cesta básica.

De maneira similar ao exercício para a cidade de São Paulo, houve um aumento na utilidade calculada para o período. Para o primeiro ano, foi calculada $U(1991) = 10,77$ e $U(2000) = 26,06$. Tal como exposto anteriormente, não é possível afirmar que a utilidade mais que dobrou no período, assim como nada pode ser dito em termos de comparação entre a utilidade gerada pela cesta entre ambas cidades nos dois períodos de tempo.

A utilidade mais elevada no segundo período decorre da contribuição do aumento da própria renda média e também em virtude da queda dos preços de diversos bens que geraram aumento na demanda.

Conforme sugere a literatura, dado o fato que se trata de indivíduos mais pobres é esperado que os ganhos relativos advindos de quedas nos preços e absolutos originários do aumento da renda reflitam em maior demanda por bens alimentícios. No caso de outros

quintis de renda seria necessário agregar demais itens dada a capacidade de aquisição de ainda mais bens e serviços na economia.

Portanto, o esforço desse exercício empírico revela que o método, ainda que aqui apresentado de maneira simplificadora e com critérios definidos nessa seção, permite analisar efeitos de variações na renda e nos preços dos produtos possam vir a gerar na demanda de bens numa determinada economia.

5. A QUESTÃO DA DEMANDA AGREGADA

Diante da abordagem teórica e do ferramental algébrico, ambos expostos e analisados nas seções anteriores, é válido compreender eventuais limitações que tanto a teoria quanto o método venham a apresentar.

Portanto, o objetivo dessa seção é abordar até onde é possível relacionar a demanda individual com a demanda agregada, ou seja, o interesse é analisar se todas as propriedades – ou ao menos quais propriedades – da demanda individual são válidas para a demanda agregada.

Algumas questões são importantes sobre as propriedades da demanda individual, e a sua relação com a demanda agregada. Logo, é de interesse compreender se é possível representar a demanda agregada em termos de preços e da própria renda. Esse ponto é fundamental, pois como será posto adiante, a renda exibe um comportamento particular em relação à agregação das demandas individuais. No caso das preferências serem racionais, ou seja, completas e transitivas, de antemão é conhecido que essas preferências satisfazem o axioma fraco da preferência revelada, porém é necessário analisar se essa condição está válida para a demanda agregada.

Ao agregar as demandas individuais, o vetor de preço, mencionado na seção inicial, é o mesmo para toda a economia, portanto o ponto chave se refere à agregação da renda dos indivíduos. Para que essa agregação seja possível, é necessário que qualquer duas distribuições de renda ou o somatório dessas sejam iguais. Assim, se a função demanda agregada puder ser escrita como a soma das funções renda individual, a derivada dessa função demanda agregada deve ser igual à zero, pois nesse caso, não haveria diferenciação entre as riquezas, o que poderia ser útil para a análise da demanda agregada (MAS-COLLEL, WHINSTON e GREEN, 1995; MAS-COLLEL, 1991; CHIPMAN e MOORE, 1979).

Para consumidores de diferentes rendas, um determinado bem de consumo pode ser um bem normal (aumento do consumo do bem com o aumento da renda) ou mesmo um bem inferior (com o aumento da renda do consumidor há redução na demanda pelo bem).

Uma condição necessária e suficiente para que o conjunto dos consumidores exiba um caminho de expansão (curva que relaciona as quantidades ótimas levando em consideração as respectivas restrições orçamentárias e as rendas do consumidor) paralelo da renda para qualquer vetor de preços é que as preferências admitam funções de utilidade indireta na forma de Gorman, como na equação (12), com coeficientes w_i os mesmos para cada consumidor, isto é:

$$v_i(p, w_i) = a_i(p) + b(p)w_i \quad (12)$$

Ou seja, essa função indireta é uma forma de tentar contornar a questão da agregação das rendas individuais. Essa função indireta é restritiva, pois depende da média da renda dos

consumidores. Do ponto de vista estatístico, as médias e as variâncias deveriam ser iguais, para que a função indireta pudesse servir como a função de demanda agregada para a economia, o que seria bastante improvável para qualquer economia no mundo (DEATON e MUELBAUER, 1980; LAU, 1982; JORGENSON, 1990).

E ainda dentro essa questão, para que seja possível a agregação da demanda $x(p, w)$ que depende dos preços e da renda, é preciso que ela satisfaça o axioma fraco da preferência revelada, ou seja, $p \cdot x(p', w') \leq w$ e $x(p, w) \neq x(p', w') \rightarrow p' \cdot x(p, w) > w'$ para qualquer (p, w) e (p', w') ⁶. Significa que uma cesta qualquer não pode estar disponível quando a cesta anterior foi escolhida. Para que isso ocorra a renda não pode influenciar na decisão dos consumidores, e no caso da agregação da demanda, o axioma fraco pode não ser satisfeito (MAS-COLLEL, WHINSTON e GREEN, 1995).

Para que o axioma fraco da preferência revelada seja satisfeito é preciso que a lei da demanda compensada seja válida, assim a função de demanda individual $x_i(p, w_i)$ satisfaz a lei da demanda não compensada se:

$$(p' - p) \cdot [x_i(p', w_i) - x_i(p, w_i)] \leq 0, \text{ para qualquer } p, p' \text{ e;} \quad (13)$$

$$w_i, \text{ com restrição de desigualdade se } x_i(p', w_i) \neq x_i(p, w_i) \quad (14)$$

Dessa forma, mesmo que haja variações nos preços, a renda continua constante. No caso das demandas individuais satisfazerem a propriedade da lei demanda não compensada (ULD), então a demanda agregada sendo a soma das demandas individuais satisfaz o axioma fraco da preferência revelada. Apesar da demanda agregada satisfazer o axioma fraco da preferência revelada, há perda de parte importante da análise, já que a regra para a distribuição da renda faz com que não se considere os diferentes níveis de renda das economias reais (MAS-COLLEL, WHINSTON e GREEN, 1995).

Além disso, tal perspectiva requer outra condição restritiva de que as preferências sejam homotéticas, então a demanda individual satisfaz a propriedade da lei da demanda não compensada. Além disso, é preciso supor que todos os consumidores tenham preferências idênticas, e que a renda individual seja uniformemente distribuída, assim o somatório das demandas individuais iria satisfazer a ULD. Essa forma de agregação da demanda é uma das formas possíveis de pensar o problema de agregar as demandas individuais, tudo depende da regra de distribuição da riqueza individual (MAS-COLLEL, WHINSTON e GREEN, 1995).

É importante lembrar que a ligação entre o comportamento e possível preferência revelada é parte da consequência colocada de forma arbitrária, ou seja, essa forma de executar é arbitrária, não tendo, portanto evidências de que os agentes econômicos se comportem da forma sugerida pelo axioma da preferência revelada. Além disso, a relação binária imposta pelo axioma, tendo como a impossibilidade de uma terceira alternativa, quando é tratada a questão da racionalidade, pode não refletir a quantidade de escolhas possíveis dentro de uma economia (SEN, 1987; ANDRADE e STRACHMAN, 2009).

Na passagem do nível individual para o nível agregado, que aparece a obra do método reducionista, o qual se encontra, entretanto, desde o começo, no cerne dessa microeconomia, uma vez que as propriedades dos indivíduos antes referidas, e que

⁶ Aqui não é possível estender imediatamente as propriedades básicas da demanda marshalliana, ou seja a propriedade da função contínua e homogênea de grau zero, além da validade da lei de Walras.

pareceram primeiras em relação ao momento da agregação, foram na verdade talhadas na medida exata para a aplicação desse método. O caminho que vai do fenômeno agregado a ser explicado às propriedades relevantes dos indivíduos consiste numa decomposição. Por meio dela, os indivíduos são tomados como átomos plenamente constituídos e que interagem entre si, direta ou indiretamente, de modo estritamente externo, sem que cada um deles possa influir ou mudar as determinações de qualquer outro. O caminho que vai das propriedades atômicas dos indivíduos para o fenômeno explicado é o da mera agregação (que não é, necessariamente, uma operação trivial) (PRADO, 2006, pg. 314).

Como apontado por Prado (2006), o caminho que leva a agregação das demandas individuais são baseadas em uma séria de premissas, reducionista na forma em que os indivíduos se comportam, premissas essas que de forma alguma se assemelham ao comportamento dos indivíduos na realidade.

Artur (2005) argumenta que a forma como a economia neoclássica trata o equilíbrio é demasiadamente simples:

This equilibrium approach lends itself to expression in equation form. And because an equilibrium by definition is a pattern that doesn't change, in equation form it can be studied for its structure, its implications, and the conditions under which it obtains. Of course the simplicity that makes such analytical examination possible has a price. To ensure tractability we usually have to assume homogeneous (or identical) agents, or at most two or three classes of agents. We have to assume that human behavior—a notoriously complicated affair—can be captured by simple mathematical functions. We have to assume agent behavior that is intelligent but has no incentive to change; hence we must assume that agents and their peers deduce their way into exhausting all information they might find useful, so they have no incentive to change. Still, as a strategy of advancement of analysis, this equilibrium approach has been enormously successful. As it evolved into the neoclassical structure we know today, it has built a degree of understanding that is the envy of other social sciences (ARTUR, 2005, pg. 4).

Assumir que os agentes são homogêneos, ou até mesmo idênticos, não condiz com a realidade do comportamento humano, muito dificilmente o comportamento dos agentes econômicos pode ser capturado por fórmulas matemáticas.

Portanto, a análise da maximização da utilidade requer diversos questionamentos sobre o problema da agregação da demanda assim como sobre os problemas de arbitrariedade que são necessários para que as conclusões que podem ser auferidas pela microeconomia em relação a demanda individual, além das condições ainda mais restritivas que são necessárias para a agregação da demanda.

6. CONCLUSÃO

Neste artigo, foi proposta uma análise acerca de um tópico central da teoria do consumidor, a demanda. Segundo a teoria econômica clássica, a determinação da demanda decorre de fatores como preço do produto, renda disponível e também dos preços dos demais bens que serão consumidos, uma vez que a opção por um bem restringe a possibilidade de aquisição de outros. Assim sendo, partindo de outros pressupostos como a questão da racionalidade do consumidor, do equilíbrio de mercado, da utilidade e da utilidade marginal,

seria possível determinar qual a alocação ótima numa cesta de mercado, dada as informações supracitadas.

Tal alocação ótima pode ser obtida através de um método de otimização realizado através do método algébrico do multiplicador de lagrange. Esse, por outro lado, fornece as quantidades ótimas demandadas por cada bem indicando qual o nível de utilidade do consumidor.

Dado esse referencial teórico e a disponibilidade do recurso algébrico, a pesquisa buscou elaborar um exercício empírico visando testar a aplicabilidade do método em questão. Para tanto, fez uso de dados dos preços dos treze itens da cesta básica nacional elaborada pelo DIEESE e como restrição da renda foi adotada a renda domiciliar *per capita* média do quintil para pobre de renda para os municípios de São Paulo e Vitória nos anos de 1991 e 2000.

A análise permitiu identificar que o método auxilia na compreensão do entendimento da teoria microeconômica clássica, uma vez que permite identificar quais as alocações ótimas do consumidor levando em consideração sua restrição orçamentária e a inter-relação dos preços dos bens. Assim, possibilita analisar possíveis efeitos que uma trajetória tanto de preços dos bens quanto da renda possam vir a gerar na economia. Os autores também reconhecem que a agregação de demais bens para essa economia poderia auxiliar no entendimento das relações expostas, além da adoção de critérios simplificadores como no caso da função de utilidade.

Ademais, ainda foi alvo de estudo na pesquisa limitações tanto pela ótica da teoria quanto da mensuração em termos de demanda, partindo da premissa clássica. De fato, a principal dificuldade apontada pela literatura se refere à perspectiva que os agentes (consumidores) são homogêneos e que, portanto, teriam curvas de demandas e preferências semelhantes e que, assim, seria possível agregá-las e generalizar os efeitos para a economia como um todo.

Tal hipótese simplificadora resulta num afastamento da realidade. Contudo, o exercício empírico proposta nessa pesquisa indica um esforço inicial no sentido de melhor compreender os pressupostos teóricos, o método e os possíveis desdobramentos para dados reais, ainda que com limitações em termos de aplicabilidade.

7. REFERÊNCIAS

ANDRADE, F. P.; STRACHMAN, E. Do Comportamento Determinado pelo Sistema à Interação entre o Comportamento e o Sistema: Apontamentos a partir da Economia da Complexidade. *Anais do VI Encontro Ibérico de História do Pensamento Econômico*, Coimbra, 2009.

ARTHUR, W. B. Out-of-equilibrium economics and agent-based modeling. In: *Handbook of computational economics*. Volume 2, Editora K. Judd e L. Tesfatsion: Elsevier/ North-Holland, 2005.

CHIPMAN, J. S.; MOORE, J. On social welfare functions and the aggregation of preferences. *Journal of Economic Theory*, vol 21, pgs. 111-139, 1979.

DEATON, A; MUELBAUER. *Economics and Consumer behavior*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1980.

DEPARTAMENTO INTERSINDICAL DE ESTATÍSTICA E ESTUDOS SOCIOECONÔMICOS – DIEESE. *Cesta Básica Nacional Metodologia*, 1993. Disponível em: < <http://www.dieese.org.br/metodologia/metodologiaCestaBasica.pdf>>. Acesso em 12 jul 2013.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. *Censo demográfico 1991 e 2000*. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

JEHLE, G. A.; RENY, P. J. *Advanced Microeconomics*. Pearson Education Limited, 2011.

JORGERSON, D. Aggregate consumer and the measurement of social welfare. *Econometrica*. V.58. 1007- 1030, 1990.

LABIANO, J. M. Z. *Por qué es preferible la función de demanda marshalliana a la de Walras?* Cuadernos de CC.EE y EE, nº42, 2002, p.111-121.

LAU, L. A note on the fundamental theorem of exact aggregation. *Economic letters*. V. 9: 119-126, 1982.

MAS-COLELL, A. On the uniqueness equilibrium once again. In: BARNETT, B; CORNET, B; D’ASPROMONT, C.; GABSZEWICZ, J; MAS-COLELL (Eds.). *Equilibrium theory and applications*. Cambridge UK; Cambridge University Press, 1991.

MAS COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J. R. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, 1995.

NICHOLSON, W. *Microeconomic Theory: Basic principles and applications*. Ninth Edition, 2004.

PRADO, E. F. Microeconomia reducionista e microeconomia sistêmica. **Nova Economia**, v. 16, n. 2, p.303-322, 2006.

PINDYCK, R.; RUBINFELD, D. *Microeconomia*. Editora Prentice Hall, 2002.

SEN, A. Rational behaviour. In Eatwell, J. Milgate, M. e Newman, P. (eds.). *Utility and Probability. The New Palgrave Dictionary of Economics*. London: Macmillan, 1987.

SIMON, C. P.; BLUME L. *Matemática para Economistas*. Editora Bookman, 2004.

VARIAN, H. R. *Microeconomic Analysis*. Norton & Company. New York. Third Edition, 1992.